

13 Funciones

INTRODUCCIÓN

Partiendo de la representación de los números enteros en la recta numérica, introducimos la representación de puntos en el plano mediante la asignación de pares de coordenadas y la construcción de sistemas de ejes cartesianos.

Es importante que los alumnos asimilen el modo ordenado de colocar los pares de números para indicar que el primero de ellos representa el valor sobre el eje horizontal (X), y el segundo, el valor sobre el eje vertical (Y), así como su expresión mediante tablas de valores y el significado gráfico en el plano.

Habiendo tratado ya la proporcionalidad numérica, continuamos en esta unidad el estudio de la relación entre dos magnitudes por medio de las funciones, los conceptos básicos del lenguaje gráfico de las expresiones algebraicas, sus elementos y significado como paso previo al análisis del mundo de la información y expresión visual.

Mediante la interpretación gráfica, los alumnos van a reconocer la función representada, las variables que intervienen, la unidad de medida elegida en cada eje y su trazado en el plano. También aprenderán a interpretar funciones que cumplen relaciones de proporcionalidad directa e inversa.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Para representar puntos en el plano utilizamos un sistema de dos rectas perpendiculares, llamado *sistema de ejes cartesianos*.
- A la recta horizontal (X), se le llama *eje de abscisas*.
- A la recta vertical (Y), se le llama *eje de ordenadas*.
- El punto donde se cruzan los ejes se llama *origen* y es el valor cero de cada eje.
- Cada punto en el plano tiene dos referencias numéricas llamadas *coordenadas* (a , b). El primer número corresponde al valor en el eje X , y el segundo número corresponde al valor en el eje Y .
- Los *pares de valores* se representan en tablas de valores y corresponden a puntos en el plano.
- Mediante una *tabla de valores* podemos relacionar cantidades de dos magnitudes y representarlas gráficamente sobre los ejes.
- Una función es la expresión algebraica que relaciona dos magnitudes. La función asocia a cada valor de una magnitud (*variable independiente*) un valor de la otra magnitud (*variable dependiente*).
- Las funciones se representan gráficamente para estudiar las características que las definen.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Representar y localizar puntos en un sistema de ejes cartesianos.	<ul style="list-style-type: none"> • Pares de coordenadas. • Puntos en el sistema de ejes cartesianos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Representación de puntos en la recta y en el plano. • Identificación de puntos a partir de sus coordenadas. • Obtención de figuras simétricas respecto de los ejes.
2. Interpretar y representar tablas de valores.	<ul style="list-style-type: none"> • Tablas de valores. • Relación entre magnitudes. • Información de las gráficas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Formación de tablas de valores. • Representación en el plano de pares de valores ordenados de dos magnitudes. • Interpretación de magnitudes en el plano.
3. Interpretar gráficas. Reconocer la idea de función.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable independiente y dependiente. • Concepto de función. Gráfica de una función. • Características de algunas funciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de las variables: independiente y dependiente. • Representación gráfica de funciones. • Identificación de funciones de proporcionalidad directa e inversa.

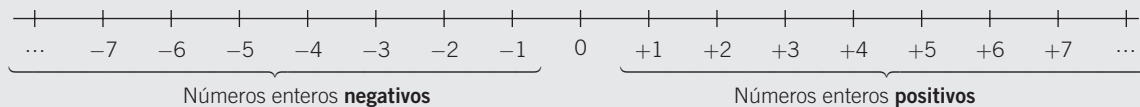
13 OBJETIVO 1

REPRESENTAR Y LOCALIZAR PUNTOS EN UN SISTEMA DE EJES CARTESIANOS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS EN LA RECTA NUMÉRICA

- Sobre una recta r señalamos el origen O , que es el valor cero, 0.
- A la **derecha** del cero y equidistante colocamos ordenados los números enteros **positivos**, y a la **izquierda**, colocamos los números enteros **negativos**.

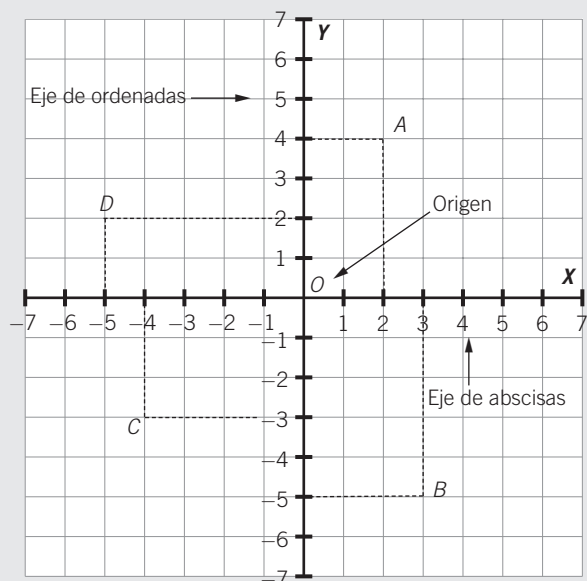


1 Dados los números $-2, +2, -5, +5, -8, +8, -10, +10$:

- Representálos en la recta numérica.
- ¿Cuál está más cerca y cuál está más lejos del origen?

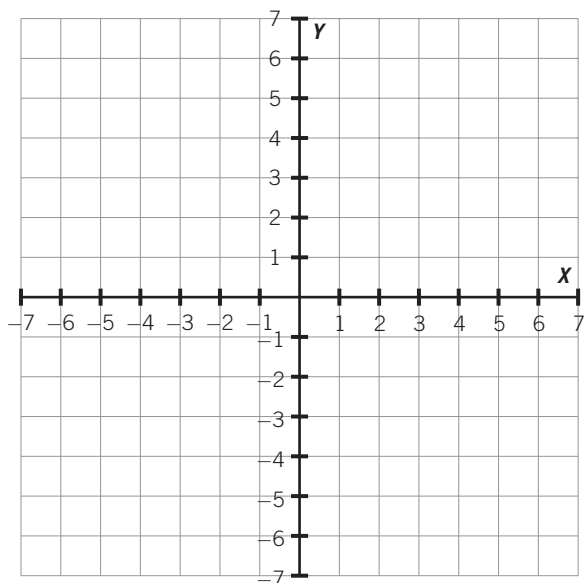
EJES CARTESIANOS EN EL PLANO

- Para representar puntos en el plano, utilizamos un sistema formado por dos rectas perpendiculares llamado **sistema de ejes cartesianos**.
 - En la **recta X** o **eje de abscisas** se representan los números enteros de forma horizontal.
 - En la **recta Y** o **eje de ordenadas** se representan los números enteros de forma vertical.
 - El punto donde se cruzan se llama **origen** y es el valor cero, 0, en cada recta.
- Cada punto en el plano tiene dos referencias numéricas llamadas **coordenadas**.
 - El primer número corresponde a la **coordenada x**.
 - El segundo número corresponde a la **coordenada y**.



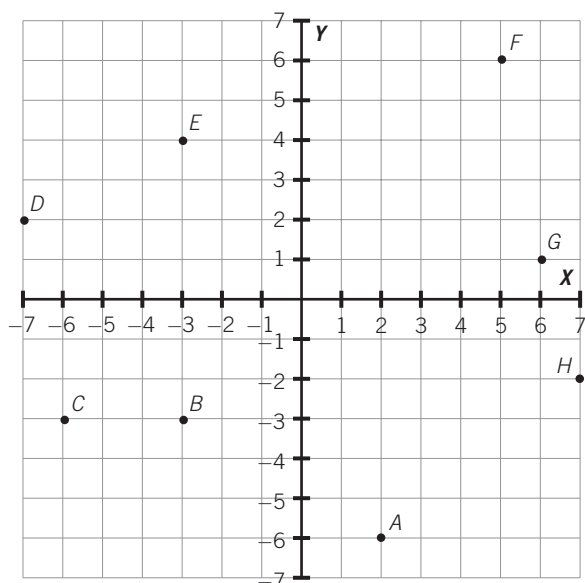
PUNTO	COORDENADAS	EJE X	EJE Y
A	(+2, +4)	+2	+4
B	(+3, -5)	+3	-5
C	(-4, -3)	-4	-3
D	(-5, +2)	-5	+2

- 2 Completa la tabla y representa los puntos que se indican en un sistema de ejes cartesianos.



PUNTO	COORDENADAS	EJE X	EJE Y
A	$(-2, -4)$		
B	$(+3, +6)$		
C	$(+5, -3)$		
D	$(-1, +7)$		
E	$(+4, 0)$		
F	$(-4, 0)$		

- 3 Observa los puntos dele sistema de ejes cartesianos y completa la tabla.



PUNTO	COORDENADAS	EJE X	EJE Y
A	$(+2, -6)$		
B			
C			
D			
E			
F			
G			
H			

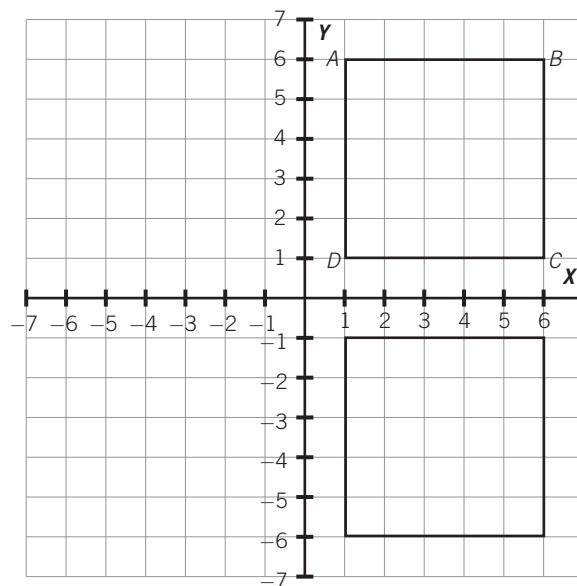
13

- 4 Representa los siguientes puntos en un sistema de ejes cartesianos: $A(0, +3)$; $B(+2, -2)$; $C(+6, -1)$; $D(-4, -4)$; $E(-5, 0)$; $F(-3, +5)$.

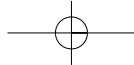
- 5 Observa la figura adjunta.

- a) Indica las coordenadas de los vértices A , B , C y D .
- b) Indica las coordenadas de los vértices de la figura simétrica: A' , B' , C' y D' .

PUNTO	COORDENADAS	PUNTO	COORDENADAS
A		A'	
B		B'	
C		C'	
D		D'	



- 6 Respecto al ejercicio anterior, dibuja en un sistema de ejes cartesianos las figuras simétricas que se originarían en los otros dos cuadrantes, indicando las coordenadas en el plano de sus vértices.



OBJETIVO 2

INTERPRETAR Y REPRESENTAR TABLAS DE VALORES

13

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

TABLAS DE VALORES Y PUNTOS EN EL EJE CARTESIANO

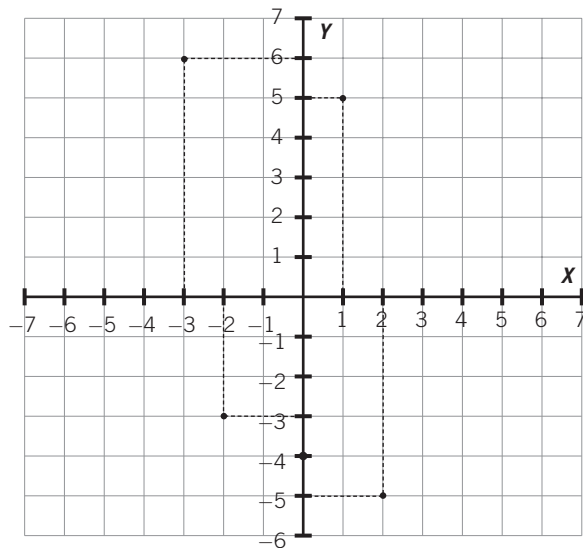
- Podemos expresar parejas de valores de números mediante pares de valores utilizando tablas horizontales o verticales. Cada par de valores de una tabla representa un punto del plano, y viceversa.
- A cada punto del plano le corresponde un par de valores ordenados:
 - La primera fila o columna corresponde al valor numérico del eje horizontal, X .
 - La segunda fila o columna corresponde al valor numérico del eje vertical, Y .

EJEMPLO

Forma la tabla y representa los pares de valores.

$(-2, -3), (2, -5), (-3, 6), (1, 5), (0, -4)$

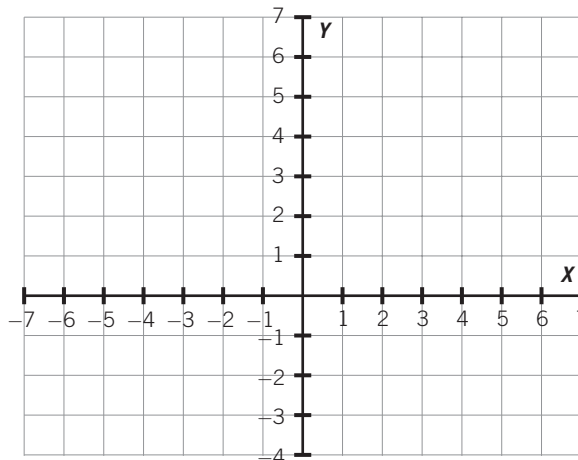
EJE X	EJE Y
-2	-3
2	-5
-3	6
1	5
0	-4



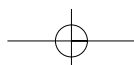
- 1 Forma los pares de valores que se indican en la tabla y represéntalos en un sistema de ejes cartesianos.

Pares de valores:

EJE X	EJE Y
4	7
2	-1
-1	6
4	0
-1	-3
-2	5



ADAPTACIÓN CURRICULAR



13

- 2 Forma la tabla de valores de los siguientes pares ordenados y represéntalos en un sistema de ejes cartesianos.

$(0, -4), (-5, 5), (2, -2), (-3, 6), (7, 0), (-4, 0), (6, 6)$

Mediante una **tabla** podemos relacionar cantidades de dos magnitudes.

EJEMPLO

Un saco de azúcar pesa 2 kilogramos, 2 sacos de azúcar pesan 4 kilogramos, 3 sacos de azúcar pesan 6 kilogramos...

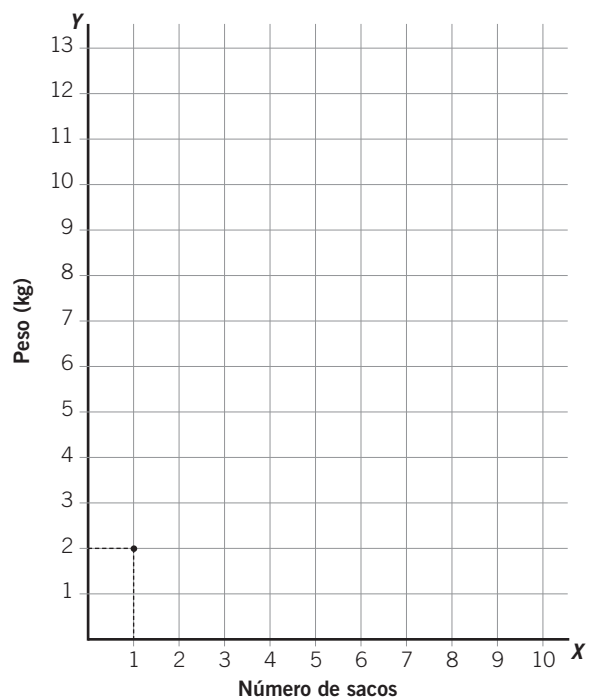
Formamos la tabla de valores con las dos magnitudes.

N.º DE SACOS	1	2	3	4	5	6	...
PESO (kg)	2	4	6	8	10	12	...

También podemos reflejar esta información en un sistema de ejes.

- 3 Representa en el sistema de ejes los valores del ejemplo anterior.

- En el eje X se representan los valores de la magnitud *número de sacos*.
- En el eje Y se representan los valores de la magnitud *peso* (en kg).



- 4** Las alturas (en cm) de un grupo de alumnos son Antonio: 150 cm, Ana: 160 cm, Juan: 170 cm, María: 140 cm, Pedro: 120 cm, Eva: 130 cm y Elena: 160 cm. Forma una tabla con los pares de valores y represéntalos en un sistema de ejes. (*Inicia los valores de altura en 100 y luego auméntalo de 10 en 10.*)
- ¿Qué alumno es el más alto?
 - ¿Qué alumno es el más bajo?
 - ¿Hay alumnos con la misma altura.

Las **gráficas** nos pueden proporcionar informaciones acerca de las magnitudes y sus valores en el plano.

- 5** Las temperaturas medias (en °C) de los meses del año han sido: enero: 6 °C, febrero: 8 °C, marzo: 10 °C, abril: 16 °C, mayo: 18 °C, junio: 22 °C, julio: 30 °C, agosto: 36 °C, septiembre: 26 °C, octubre: 16 °C, noviembre: 12 °C y diciembre: 8 °C.
- Forma una tabla de valores con las magnitudes correspondientes.
 - Representa los pares de valores en un sistema de ejes cartesianos.
 - Realiza una interpretación de los datos: mes más frío, mes más cálido, meses con igual temperatura, diferencias de temperatura más acusadas entre meses, etc.

13

OBJETIVO 3

INTERPRETAR GRÁFICAS. RECONOCER LA IDEA DE FUNCIÓN

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

VARIABLES Y GRÁFICAS

- En las tablas de valores se relacionan dos magnitudes. Dichas magnitudes se llaman **variables**, porque toman distintos valores, es decir, varían.
- En los pares de valores (a, b) , (c, d) , (e, f) y (g, h) , el segundo valor depende del primero:
 - a, c, e, g son la **variable independiente**; su valor se fija previamente y se designan con la letra x .
 - b, d, f, h son la **variable dependiente**; su valor depende del valor de x y se designan con la letra y .
- Si representamos los valores en un sistema de ejes y unimos sus puntos, obtenemos una **gráfica**:
 - La variable independiente (x) se sitúa en el eje de abscisas u horizontal.
 - La variable dependiente (y) se sitúa en el eje de ordenadas o vertical.

x	y
a	b
c	d
e	f
g	h

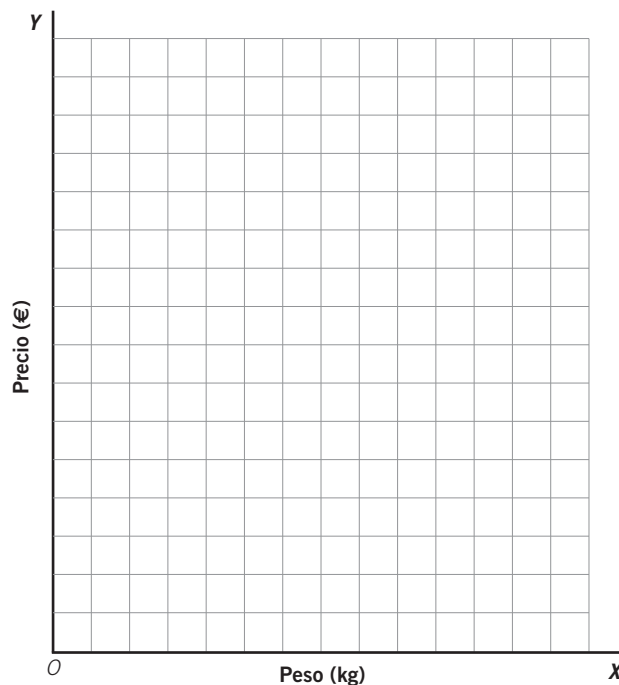
EJEMPLO**Un kilo de fresas cuesta 3 €.**

- Magnitudes: *peso* (kg) y *precio* (€).
- Variable independiente: peso (kg) (se fija previamente).
- Variable dependiente: precio (€) (depende del número de kilos).
- Tabla de valores:

PESO (kg)	1	2	3	4	5
PRECIO (€)	3	6	9	12	15

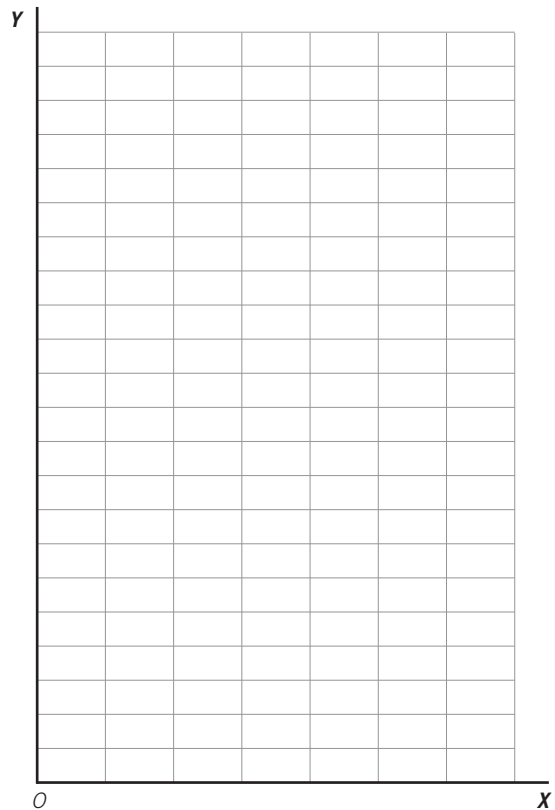
1 Respecto al ejemplo anterior:

- Representa los pares de valores en el sistema de ejes adjunto.
- Une los puntos. ¿Qué obtienes?



2 En una tienda 1 metro de tela cuesta 4 €. ¿Cuánto costarán 2, 3, 4, 5 y 6 metros de tela?

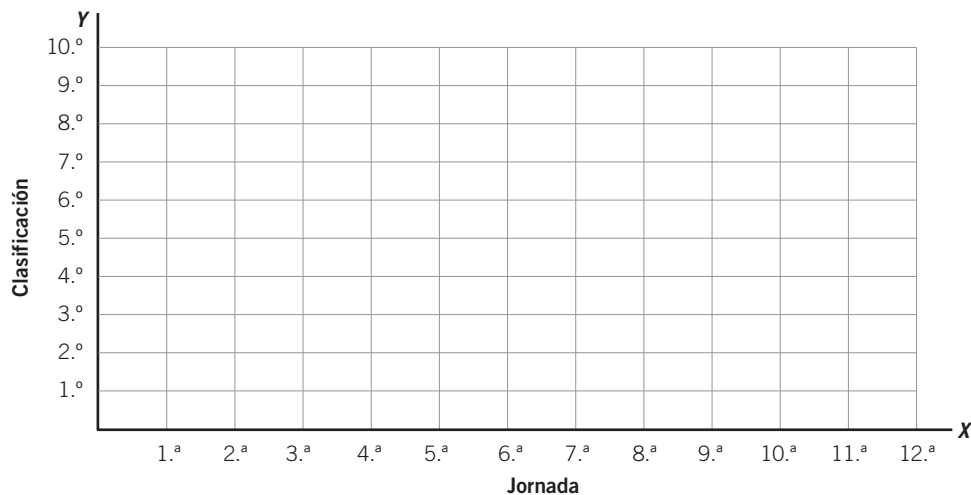
- Forma la tabla de valores con las magnitudes que intervienen.
- Indica la variable independiente y la dependiente.
- Representa los valores en un sistema de ejes y traza la gráfica correspondiente.



3 La clasificación de un equipo en un campeonato de fútbol ha sido:

JORNADA (valor x)	1. ^a	2. ^a	3. ^a	4. ^a	5. ^a	6. ^a	7. ^a	8. ^a	9. ^a	10. ^a	11. ^a	12. ^a
PUESTO (valor y)	4. ^o	5. ^o	3. ^o	7. ^o	8. ^o	5. ^o	9. ^o	10. ^o	8. ^o	6. ^o	4. ^o	2. ^o

- Representa los valores en un sistema de ejes.
- ¿Cuál fue la jornada con mejor clasificación?
- ¿Y la jornada con peor clasificación?



13

- 4 La temperatura media durante el año pasado en un lugar viene determinada por la siguiente tabla de valores.

MES	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sep.	Octubre	Nov.	Dic.
TEMPERATURA (°C)	4	8	12	18	22	26	32	34	26	14	10	2

- Representa los valores en un sistema de ejes y traza la gráfica correspondiente.
- Indica las variables dependiente e independiente.
- ¿Cuál fue el mes con menor temperatura media?
- ¿Y el mes con mayor temperatura?

CONCEPTO DE FUNCIÓN

- En los ejercicios anteriores, los valores obtenidos en cada puesto de clasificación del equipo de fútbol y en cada temperatura media están en función de los valores de cada jornada jugada y de cada mes del año.
- El valor de y está en función del valor que toma x . La relación entre dos magnitudes la podemos escribir con una expresión algebraica, es decir, combinando letras, números y signos aritméticos.
- A cada valor de la variable independiente (x) le corresponde un único valor de la variable dependiente (y).
- Así, en la expresión algebraica $3x + 1$, cada vez que se asignen valores numéricos a la variable x se obtendrán otros valores numéricos que están en función de ellos: multiplicamos por tres y sumamos uno.

En $3x + 1$:

VALOR DE x	VALOR OBTENIDO
0	$3 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$
1	$3 \cdot 1 + 1 = 3 + 1 = 4$
2	$3 \cdot 2 + 1 = 6 + 1 = 7$
-1	$3 \cdot (-1) + 1 = -3 + 1 = -2$
-2	$3 \cdot (-2) + 1 = -6 + 1 = -5$



Se expresa: $y = 3x + 1$

x (valor)	y (valor)
0	1
1	4
2	7
-1	-2
-2	-5

5 Elabora la tabla de valores de cada una de las siguientes funciones.

a) $y = x + 2$

x	y
0	
1	3
-1	
2	
-2	

Ejemplo: $x = 1$
 $y = 1 + 2 = 3$

c) $y = 2x - 1$

x	y
0	
-1	-3

Ejemplo: $x = -1$
 $y = 2 \cdot (-1) - 1 = -2 - 1 = -3$

e) $y = 2x + 1$

x	y
1	3

Ejemplo: $x = 1$
 $y = 2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$

b) $y = -3x$

x	y

d) $y = 2 - x$

x	y

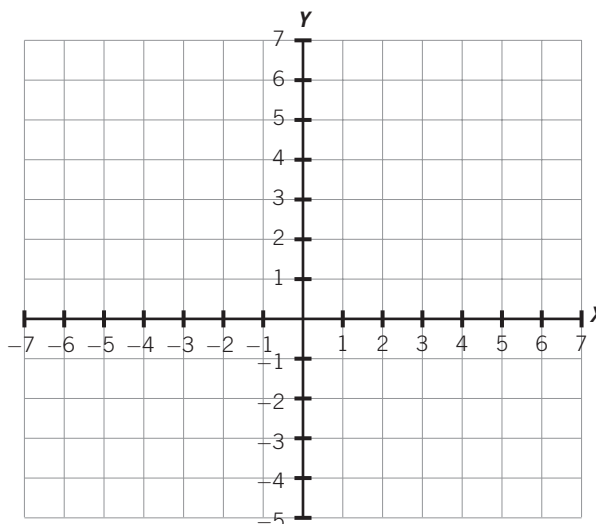
f) $y = x - 5$

x	y

6 Representa gráficamente las funciones: calcula los pares de valores mediante una tabla y une los puntos obtenidos en los sistemas de ejes cartesianos.

a) $y = x - 1$

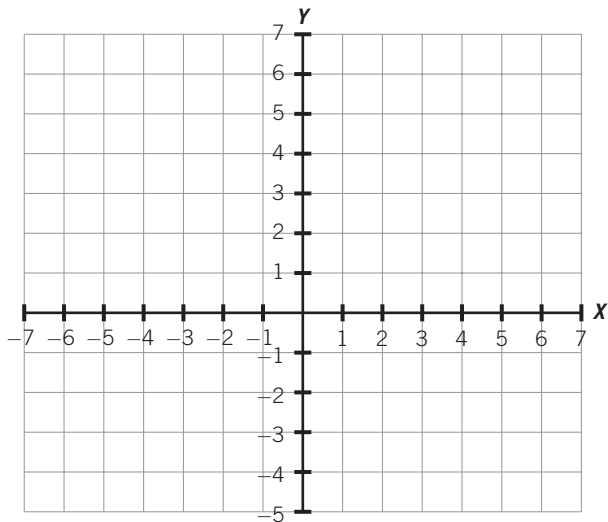
x	y
0	
1	
-1	
2	
2	



13

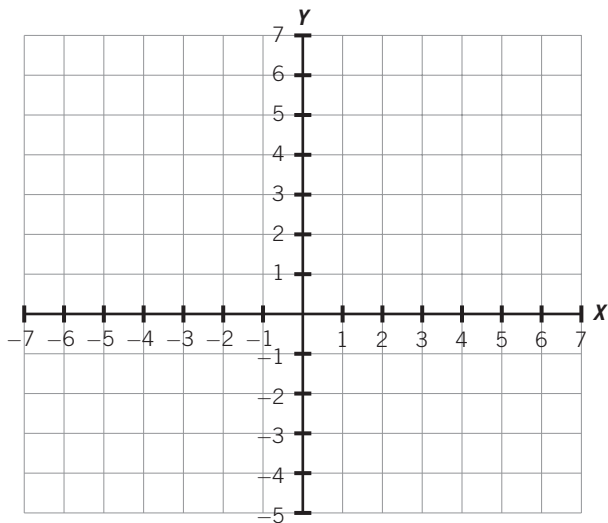
b) $y = 2x - 2$

x	y



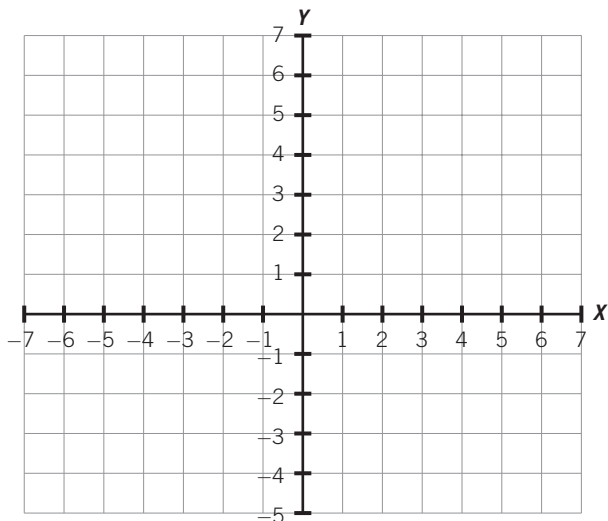
c) $y = 2x + 2$

x	y



d) $y = -3x + 5$

x	y



CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES

Cuando representamos funciones mediante gráficas podemos observar las siguientes características.

- Pueden ser **crecientes**: si al aumentar la variable independiente también aumenta la variable dependiente, la gráfica crece.
- Pueden ser **decrecientes**: si al aumentar la variable independiente, disminuye la variable dependiente, la gráfica decrece.
- La gráfica de **funciones de proporcionalidad directa**, que relaciona dos magnitudes directamente proporcionales, es una línea recta que pasa por el origen, es decir, por el punto (0, 0).
- La gráfica de **funciones de proporcionalidad inversa**, que relaciona dos magnitudes inversamente proporcionales, es una línea curva que no pasa por el origen.

7 Un kilogramo de pescado cuesta 2 €, y su función viene definida por la expresión $y = 2x$.

- Elabora una tabla de valores para el precio de 2, 3, 4, 5 y 6 kg de pescado.
- Representa los valores en un sistema de ejes y dibuja la gráfica obtenida.
- Describe alguna característica de la gráfica.

8 Un camión recorre una distancia de 120 km, de modo que si aumenta la velocidad, hasta un límite de 80 km/h, tardará menos tiempo en recorrer dicha distancia.

La función que relaciona el tiempo que tarda (y) con la velocidad (x) viene definida por la expresión $y = \frac{120}{x}$.

- Elabora una tabla de valores para estas velocidades (en km/h): 40, 65, 70 y 80.
- Representa los valores en un sistema de ejes y dibuja la gráfica obtenida.
- Describe alguna característica de la gráfica.

13

9 Un rectángulo tiene de base 5 m y altura x .

- La expresión de la función que expresa el área del rectángulo es:
- Elabora una tabla de valores para estas alturas (en m): 2, 3, 4, 5 y 6.
- Representa los valores en un sistema de ejes y une los puntos.
- Describe alguna característica de la gráfica.

10 La siguiente tabla de valores muestra la evolución de la temperatura de un vaso de leche a medida que pasa el tiempo.

TIEMPO (min)	TEMPERATURA (°C)
0	90
3	80
6	70
9	60
12	50
15	40
18	

- Representa la función en un sistema de ejes.
- Halla el valor de la temperatura a los 18 minutos.
- Describe alguna característica de la función.